

問題 1

以下の問に答えよ.

- (1) 次の英文を日本語に訳せ.

Let (X, \mathcal{O}) be a topological space. We say that (X, \mathcal{O}) is Hausdorff if for any distinct points x and y of X , there are disjoint subsets U and V are open neighborhoods of x and y , respectively.

解答

(X, \mathcal{O}) を位相空間とする. X 内で任意の異なる点 x, y に対して, X の部分集合で互いに交わらない x, y の開近傍 U, V が存在するとき, (X, \mathcal{O}) を Hausdorff であるという.

- (2) 次の命題の証明を日本語で述べよ.

If a topological space (X, \mathcal{O}) is Hausdorff, then for any pairwise distinct points x, y , and z of X , there are pairwise disjoint subsets U, V , and W which are open neighborhoods of x, y , and z , respectively.

解答

(X, \mathcal{O}) が Hausdorff であることより, x, y の交わらない開近傍 U_1, U_2 が存在する. 同様に, y と z , z と x に対しても交わらない開近傍 V_1, V_2 と W_1, W_2 が存在する. このとき, $U = U_1 \cap U_2$, $V = V_1 \cap V_2$, $W = W_1 \cap W_2$ とすればこれらは開集合で全て互いに交わらない x, y, z の開近傍になっている. ■

問題 2

以下の問に答えよ.

- (1) 次の文章を英語に訳せ.

G を群とし, H を G の部分集合とする. H が G の演算 (operation) によって群になるとき, H を G の部分群という.

解答

Let G be a group and H a subset of G . If H is itself a group with the operation of G , then H is called a subgroup of G .

- (2) 群 G の部分群が正規部分群であることの定義を英語で述べよ.

解答

A subgroup H of a group G is said to be normal in G if for every $g \in G$, the conjugate gHg^{-1} is equal to H .